四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡分類釋術卷一至五

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補博士臣徐以坤

校對官侍講臣張燾

謄録監生臣李嵩

子部六

測圓海鏡分類釋術　天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案測圓海鏡分類釋術十卷明顧應祥撰應祥有人代紀要已著錄李冶測圓海鏡所設一百七十問中皆有草有法按前數十題中甚易者或無草後皆有草草用立天元一為虛數合問數推之法專用問數推之皆歸于帶縱諸乘方

而止應祥得治書于唐順之於立天元一語互相推求不得其解遂去其細草專演算法改為是書自謂便於下學殊不知立天元一之妙能使諸法不能求者可以得其法若無其草即治已有不能得其法者而徒沾沾於加減開方之數可謂循枝葉而失本故唐順之與應祥書云此書形下之數太詳而形上之義或畧使觀之者尚不免其數可陳而義

難知有與人以鴛鴦枕而不度人以金鍼之
疑僕意欲明公於緊要處提掇一二作法源
頭出來使後世為數學者識其大者得其義
識其小者得其數則此書尤更覺精采耳其
不足於應祥識是第作法源頭即立天元一
一語應祥既去之又將何以為提掇乎然九
章之中惟少廣諸乘方之數為甚繁故立方
帶縱之法古已不見有和較者治所用有至

三乘方四乘方及五乘方者且兼加減諸乘方廉隅不為之詳其算式初學誠有難於取數者治雖専為發明立天元一術得應祥所演諸乘方之式亦可為求立天元一法者之一助云乾隆四十六年十月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

測圓海鏡分類釋術卷一

元　李冶　撰
明　顧應祥　釋術

圓城不知周徑四面居中開門城外四隅各有十字大街西北隅曰乾東北隅曰艮西南曰坤東南曰巽隨地遠近測望以知城徑

通勾股求容圓一

甲乙二人俱在城外西北隅乾地乙東行三百二十步

甲南行六百步望乙與城相參直問城徑

荅曰城徑二百四十步

釋曰此勾股求容圓徑也東行為通勾南行為通股

以通勾股求通弦和較弦和較即容圓徑也

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦併勾股為弦和

和為法除之

勾股求弦曰勾自之得一十〇萬二千四百為勾

冪自之得三十六萬為股冪併二冪得四十六萬二千四百為弦冪平方開之得弦六百八十併勾股得一千六百為弦和和後凡言勾股求弦者俱倣此

甲乙二人俱在城西北隅乾地甲直南行不知步數而立乙直東行三百二十步望見乃斜行六百八十步與甲相會測城徑

釋曰此勾弦求容圓徑也東行為通勾斜行為通弦

術曰勾弦求股勾股相乘倍爲實弦和和除之

勾弦求股曰勾自乘得一十〇萬二千四百爲勾

幂弦自乘得四十六萬二千四百爲弦幂相減餘

三十六萬爲股幂平方開之得股

又術勾弦較乘勾倍之得二十三萬〇四百爲實倍

較爲從作帶從開平方法除之

帶從開平方曰列實於左倍較得七百二十爲從

約初商得二百　置一於左上爲法　置一爲隅

法帶從方共九百二十為下法除實一十八萬四千餘實四萬六千四百　倍隅法得四百為廉法約次商得四十置一於左次為上法　置一為隅法併從方廉法共一千一百六十為下法與上次法相乘除實盡後凡言帶從開平方法者俱倣此

甲乙二人俱在城外西北乾隅甲東行不知步數而立乙南行六百步見之復斜行六百八十步與甲會測

城徑

釋曰此股弦求容圓也南行為通股斜行為通弦

術曰股弦求勾以乘股倍之為實弦和和除之

股弦求勾曰弦冪減股冪開其餘即勾後凡言股

弦求勾者俱倣此

又術股弦相減餘八十為股弦較相併得一千二百

八十為股弦和以較乘和得一十〇萬二千四百即

勾冪平方開之得勾三百二十減較即城徑

既有勾股求圓徑之法則勾弦求圓股弦求圓可
以例見不必立法因原本有此二問載於後卷故移
附于此

邊勾股求容圓二

甲乙二人俱在城西門甲南行四百八十步乙穿城東
行二百五十六步見之測城徑

釋曰此勾上容圓也南行邊股也東行邊勾也以邊

勾邊股求通圓

術曰勾股相乘倍之得二十四萬五千七百六十爲實勾股求弦得五百四十四併股共一千〇二十四爲股弦和爲法除之

乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四百八十步見之乃斜行五百四十四步相會問城徑

釋曰此邊股邊弦求邊勾以求通容圓也南行爲邊股斜行爲邊弦

術曰股弦求勾以乘股得一十二萬二千八百八十

為實半股弦和得五百一十二為法除之

甲出西門南行不知步數而立乙穿城東行二百五十六步見之乃斜行五百四十四步相會問城徑

釋曰此邊勾邊弦求邊股以求通圓徑也東行為邊勾斜行為邊弦

術曰勾弦求股以乘勾半股弦和除之

底勾股求容圓三

甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲穿城南行

三百七十五步見之問城徑

釋曰此股上容圓也東行為底勾南行為底股以底勾股求通圓

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦以勾弦和為法除之

乙出南門直行不知步數而立甲出北門東行二百步見之復斜行四百二十五步就乙問城徑

釋曰此底勾底弦求底股以求通圓徑也東行為底

勾斜行為底弦

術曰弦冪減勾冪餘平方開之得股與勾相乘得七萬五千為實　勾弦和為法除之得半徑

又術倍勾弦較以乘勾冪得一千八百萬為實　四勾加倍較得一千二百五十為隅法作負隅開平方法除之得半徑

負隅開平方法曰布實於左以隅法約初商一百

置一於左上為法　置一乘隅法得一十二萬

五千為隅法與上法相乘除實一千二百五十萬

餘實五百五十萬倍隅法得二十五萬為廉法約

次商得二十　置一於左次為上法　置一乘隅

箕得二萬五千　併廉法共二十七萬五千為下

法與上法相乘除實盡後如此類者倣此

問底股弦求通圓徑

術曰弦幷減股幷開其餘得勾如前法求之

皇極勾股求容圓四

甲乙二人俱在城中心立乙穿城東行一百三十六步

甲穿城南行二百五十五步望見問城徑

釋曰此勾股上容圓以半圓勾股求全圓徑也東行

皇極勾也南行皇極股也

術曰勾股相乘倍之爲實勾股求弦爲法實如法而

一得全徑

皇極勾弦求圓股弦求圓止以勾弦求股股弦求勾

依上推之不必立法大差勾股以下倣此

通勾股折中弦上求圓五

甲乙二人俱在城西北隅乾地乙東行一百八十步斜視城中有塔甲南行三百六十步與乙斜對視塔正居城徑之半問城徑

釋曰此弦上容圓也東行為勾南行為股此以勾股求半容圓徑即勾股容方術

術曰勾股相乘為實相併為法實如法而一得半徑

大差勾股求容圓六

甲乙二人俱在城外西南隅坤地乙東行一百九十二步甲南行三百六十步望乙與城參直問城徑

釋曰此勾外容圓也東行大差勾也南行大差股也

術曰勾股相乘倍之得一十三萬八千二百四十為實勾股相減餘一百六十八為勾股較勾股求弦得四百〇八併較共五百七十六為弦較和以為法除之得全徑

小差勾股求容圓七

甲乙二人俱在城外東北隅艮地甲南行一百五十步而止乙東行八十步望乙與城參直問城徑

釋曰此股外容圓也東行小差勾也南行小差股也術曰勾股相乘倍之得二萬四千為實相減餘七十為較勾股求弦得一百七十減較餘一百為弦較較以為法除之得全徑

太虛勾股求容圓八

甲乙二人俱在城外東南隅巽地乙西行四十八步而

止甲北行九十步望乙與城叅直問城徑

釋曰此弦外容圓也西行即太虛勾北行即太虛股以太虛勾股反而内向求圓故曰弦外容圓

術曰勾股相乘倍之得八千六百四十爲實相併得一百三十八爲勾股和勾股求弦得一百〇二以減和餘三十六爲弦和較以爲法除之得全徑

明勾股求容圓九

甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而止甲南行一

百三十五步望乙與城叅直問城徑

釋曰此勾外容半圓也東行為明勾南行為明股

術曰勾股相乘倍之得一萬九千四百四十為平實勾股求弦得一百五十三減勾餘八十一為勾弦較以為法除之

重勾股求容圓十

甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止乙東行一十六步望甲與城相叅直問城徑

釋曰此股外容半圓也南行爲叀股東行爲叀勾

術曰勾股相乘倍之爲實勾股求弦以股弦較爲法除之

或問黃廣勾股黃長勾股無求圓之法何也曰黃廣之勾黃長之股即圓徑也故不立法曰上下高勾股上下平勾股何以不立法曰上高去城遠下高與上平俱不當城半下平亦不附城故不立法

測圓海鏡分類釋術卷一

測圓海鏡分類釋術卷二

元 李冶 撰

明 顧應祥 釋術

兩勾求容圓一 九七條

圓城不知周徑甲從城外西北隅乾地東行三百二十步乙從城外西南隅坤地東行一百九十二步見之問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行大差勾也此以城南北長短二勾求城徑與通股小差股同法

術曰二行相乘倍爲實相併爲法除之

乙出南門東行七十二步甲從城外西北乾隅東行三百二十步見之問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行明勾也此以城北大勾與城南半勾求城徑與通股東股同法

術曰二行相乘得二萬三千〇四十爲實以乙行步

七十二為從方作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙出東門直行一十六步而止甲從城外乾隅東行三百二十步望乙與城相叅直問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行重勾也此以城北大勾與城東小餘勾求城徑

術曰甲行內減二之乙行餘二百八十八以乘甲行得九萬二千一百六十為平實　四之甲東行減二

之乙東行餘一千二百四十八為從方　四為隅法

作負隅減從開平方法開之得半徑

負隅減從開平方曰布實于左從于右約初商得

一百　置一於左上為法　置一隅因得四百為

隅法以減從方餘八百四十八為下法與上法相

乘除實八萬四千八百餘實七千三百六十　倍

隅法得八百為廉法　約次商得二十　置一於

左次為上法　置一隅因得八十為隅法　併廉

法共八百八十以減原從餘三百六十為下法與

上次法相乘除實盡

後凡言負隅減從開平方法者俱倣此

乙出南門折東行七十二步而止甲出北門折東行二

百步見之問城徑

釋曰甲從北門東行底勾也乙從南門東行明勾也

此以城北半大勾城南半短勾求半城徑

術曰二行相乘得半徑幂平方開之與邊股畫股同法

如乙出南門東行二十步甲出北門東行七百二十步術同

乙從城外西南坤隅東行一百九十二步而止甲出北門東行二百步見之問城徑

釋曰甲從北門東行底勾也乙從坤隅東行大差勾也此以城北半大勾城南全短勾求城徑與邊股小差股同法

術曰二行相乘得三萬八千四百為實以甲東行二百為從作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙出東門直行一十六步甲出北門東行二百步望乙與城參直問城徑

釋曰甲行底勾也乙出東門直行東勾也此以城北半大勾城東小餘勾求城徑

術曰二行相減餘一百八十四為底勾東勾較　乙東行自之得二百五十六為東勾冪較自之得三萬三千八百五十六減東勾冪得三萬三千六百為實

倍甲東行得四百為從方作減從開平方法除之

得半徑

減從開平方法曰布實於左從於右約初商一百

置一於左上為法　置一為隅法以減從方餘

三百為下法與上法相乘除實三萬餘實三千六

百　倍隅法得二百為廉法　約次商得二十

置一於左次為上法置一為隅法　併廉法共二

百二十以減原從餘一百八十為下法與上法相

乘除實盡

或於初商除實三萬訖　於從內再減一百餘二百為從方　次商二十於餘從內減二十餘一百八十為下法亦通

後凡言減從開平方法者俱倣此

乙出東門直行一十六步甲出南門東行七十二步望乙與城相參直問城徑

釋曰甲行明句也乙之直行東句也此以城南半句

與城東餘勾求城徑

術曰二行相減餘五十六為明勾東勾較自之得三千一百三十六為較幂東門直行自之得二百五十六為東勾幂二幂相減餘二千八百八十為平實倍明勾得一百四十四為從作減從　翻法開平方開之得半徑

減從翻法開平方曰布實於左從於右約初商得一百　置一於左上為法　置一為隅法以減從

方餘四十四為下法與上法相乘　應除實四千
四百實不滿法就於應除數內反減實二千八百
八十餘一千五百二十為負積　倍初商得二百
為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法
置一為隅法　併廉法共二百二十　從不及
減反減從一百四十四餘七十六為下法與上次
法相乘除實盡　或於初商反減實二千八百八
十餘一千五百二十為負積　又以初商一百反

減餘從四十四餘五十六為負從次商二十併負

從共七十六為下法亦通後凡言減從翻法開平

方者俱倣此

兩股求容圓二 凡七條

乙出南門直行一百三十五步而立甲從城外西北乾

隅南行六百步望乙與城相綠直問城徑

釋曰甲從乾隅南行通股也乙出南門直行明股也此

以城西大股與城南餘股求城徑 與通勾東勾同

術曰甲行内減二乙行餘三百三十以乘甲行得一十九萬八千為實三甲行内減二乙行餘一千五百三十為從方作帶從開平方法除之得半徑法見一卷

乙出東門南行三十步甲從乾隅南行六百步見之問城徑

釋曰甲南行為通股乙出東門南行三十步為重股

北以西大股與東短股求城徑通勾明勾同法

術曰二行相乘得一萬八千為實以乙南三十為從

作帶從開平方法除之得半徑法見一卷

乙居城外東北艮隅南行一百五十步甲從城外西北南行六百步望乙與城參直問城徑

釋曰甲南行通股也乙從艮隅南行小差股也此以城西長股與城東短股求城徑與通句大差句同法

術曰二行相乘倍之得一十八萬為實相併得七百五十為法除之得全徑

甲出西門南行四百八十步而止乙出東門南行三十

步望乙與城參直問城徑

釋曰甲出西門南行四百八十步邊股也乙出東門南行三十步重股也此以城西半股與城東短股求圓徑

俗云半鏤梯與底勾明勾同法

術曰二行相乘得半徑幂平方開之

甲出西門南行四百八十步而立乙從城外東北艮隅南行一百五十步見之問城徑

釋曰甲南行邊股也乙從艮隅南行小差股也此以城西南半股與城東北半股求圓徑（與底勾大差勾同法）

術曰二行相乘得七萬二千為實以甲南行四百八十為從方作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

甲出西門南行四百八十步乙出南門直行一百三十五步相望與城叅直問城徑

釋曰甲南行邊股也乙出南門直行明股也此以城

西大半股與城南餘股求圓徑（底勾虛勾同法）

術曰二行相減餘自之得一十一萬九千〇二十五為差冪乙行自之得一萬八千二百二十五為明股冪以減差冪餘一十〇萬〇八百為實　倍甲行得九百六十為益從作減從開平方法除之得半徑（法見前）

乙出東門南行三十步而立甲出南門直行一百三十五步望乙與城叅直問城徑

釋曰乙出東門南行東股也甲直行明股也此以城中餘股與城東小股求圓徑 明勾東勾同法

術曰二行相減餘自之得一萬一千〇二十五為差𡋯甲直行自之得一萬八千二百二十五為明股𡋯減差𡋯餘七千二百為正實　倍乙行得六十為從方作以從減法開平方法除之得半徑

以從減法開平方曰布實于左從于右約初商得一百　置一於左上為法　置一於右下為隅法

以從減隅餘四十為下法與上法相乘除實四千餘三千二百為實　倍隅法得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一為隅法　併廉法共二百二十減去從方餘一百六十為下法與上次法相乘除實盡後凡言減法開平方者俱倣此

又為添積帶從開平方法

初商一百　置一於左上為法　置一於右下為

隅法對上法相乘得一萬為益實添入積内共一萬七千二百為實　置一帶從得一百六十為下法與上法相乘除實一萬六千餘一千二百為實

倍隅法得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法置一為隅法　併廉法共二百二十與上次法相乘得四千四百為益實添入餘積共五千六百為實置一併廉法從方共二百八十為下法與上次法相乘除實盡

又術明股幷減差幷餘七千二百為實六之叀股得

一百八十為從方作減從翻法開平方法開之得半徑

減從翻法開平方法見前條

兩弦求容圓三

城南有槐一株城東有柳一株甲出北門東行丙出西

門南行甲丙槐柳悉與城相參直既而甲斜行四百

二十五步至槐下丙斜行五百四十四步至柳下問

城徑

釋曰甲斜行向西南至槐樹下底弦也丙斜行向東北至柳樹下邊弦也此以邊弦底弦互測圓徑

術曰二斜行相減餘自之得一萬四千一百六十一為差冪甲斜行自之得一十八萬〇六百二十五為底弦冪二冪相減餘一十六萬六千四百六十四為平實　倍邊弦得一千〇八十八為從方作帶從開平方法開之得一百三十六為平弦

帶從開平方法見一卷

出城南門之東有槐甲出北門東行斜望槐樹與城參直乃斜行二百七十二步至槐下休止東門之南有柳丙出西門南行斜望柳樹亦與城相參直乃斜行五百一十步至柳下休止問城徑

釋曰槐在南門東七十二步明勾也甲出北門東行二百步望見槐與城相參直此底勾也斜行至槐下黄長弦也柳在東門之南三十步東股也丙出西門南行四百八十步望柳與城參直邊股也斜行至柳

樹下黄廣弦也此以黄長黄廣二弦立法測望

術曰半甲斜行自之得一萬八千四百九十八為黄

廣弦半舛半丙斜行自之得六萬五千〇二十五為

黄長弦半舛併二行折半自之得一十五萬二千八

百八十一以二舛減之餘六萬九千三百六十為實

併二行共七百八十二為從　作減從開平方法

開之得一百〇二為太虚弦

減從開平方法見二卷底勾畫勾條

東門之南有柳南門之東有槐俱不知步甲出東門直行乙出南門直行立定二人相望視槐柳與城相參直旣而甲斜行三十四步至柳下乙斜行一百五十三步至槐下問城徑

釋曰此明弦叀弦立法測望甲斜行至柳為叀弦乙斜行至槐為明弦

術曰二弦相乘倍得一萬〇四百〇四平方開之得太虛弦加叀弦即皇極勾加明弦即皇極股以皇極

勾股求之得城徑

皇極勾股求容圓見一卷

測圓海鏡分類釋術卷二

測圓海鏡分類釋術卷三

元 李冶 撰

明 顧應祥 釋術

通勾與別股測望一 凡三條

圓城不知周徑乙從城外西南坤隅南行三百六十步而立甲從城外西北乾隅東行三百二十步見之問城徑

釋曰乙從坤南行大差股也甲從乾東行通勾也此以通勾大差股測望通勾為城北大勾大差股為城西南之虛股

術曰二行相乘得一十一萬五千二百為實　倍乙行得七百二十為從作減從開平方法除之得全徑

減從開平方法見二卷

又曰二行相併得六百八十為通弦以通勾弦求容圓法求之即得

南門外一百三十五步有樹甲從城外西北乾隅東行

三百二十步見之問城徑

釋曰此以通勾明股立法樹距南門明股也甲之東

行通勾也通勾乃城北大勾明股乃城南餘股

術曰東行自之又以樹距南門步乘之得一千三百

八十二萬四千為立實　倍樹距南門步以乘東行

步得八萬六千四百為從方二為隅算作帶從負隅

開立方法除之得半徑

帶從負隅開立方曰布實於左從尾數至首常超二位又以從方約之定首位得一百　置一於左上為法　置一自之隅因得二萬為隅法併從方得一十〇萬六千四百為下法與上法相乘除實一千〇六十四萬餘實三百一十八萬四千　三因隅法得六萬為方法　三因初商得三百又以隅筭因之得六百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一乘廉法得一萬二千

置一自之隅因得八百為隅法併方法從方廉隅共一十五萬九千二百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從負隅開立方法者俱倣此

乙出東門南行三十步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參直問城徑

釋曰此以通勾重股測望甲東行通勾也乙出東門南行三十步重股也

術曰二行相乘得九千六百為實　以東行三百二十為從方二為隅算作減從負隅翻法開平方除之得半徑

減從負隅翻法開平方曰初商一百　置一於左上為法　置一隅因得二百為隅法以減從方餘一百二十為下法與上法相乘除實一萬二千實不滿法反減實九千六百餘二千四百為負積

倍餘法得四百為廉法次商二十　置一於左次

為上法　置一隅因得四十為隅法併廉隅共四百四十減從不足反減從方三百二十餘一百二十為下法與上次法相乘除實盡

後凡言帶從負隅翻法開平方者俱倣此

底勾與別股測望二

城西門南四百八十步有樹出北門東行二百步見之

問城徑

釋曰此底勾邊股立法測望西門南四百八十步邊

股也出北門東行二百步底勾也底勾居城北勾之半邊股居城西股之半

術曰二行相乘得九萬六千為實　相併得六百八十為從二為隅筭　作負隅減從開平方法除之得半徑

負隅減從開平方法見二卷通勾重勾條

圓城出北門北行一十五步折而東行二百〇八步有樹出西門西行八步折而南行四百九十五步見之

問城徑

釋曰此以底勾過步帶短股邊股過步帶短勾立法

測望出北門北行為短股折而東為長勾過於底勾

出西門西行為短勾折而南為長股過於邊股

術曰西行為短勾東行為長勾北行為短股南行為長股短勾併長勾以長股乘之得一十〇萬六千九百二十　短股併長股以短勾乘之得四千〇八十

相減餘一十〇萬二千八百四十為勾股維乘差

又自之得一百〇五億七千六百〇六萬五千六百為三乘方實　長股内減二短句餘與長句相減餘二百七十一為股減句差　長句内減二短股餘與長股相減餘三百一十七為句減股差　股減句差與句減股差復相減餘四十六以乘句股維乘差得四百七十三萬〇六百四十為從方　股減句差與句減股相乘得八萬五千九百〇七　長短句併與長短股併相乘又倍之得二十二萬〇三百二十

倍勾股維乘差得二十〇萬五千八百六十　三數相併得五十一萬一千九百〇七為從一廉長短勾併得二百一十六又四之得八百六十四　倍股減勾差得五百四十二　二數相併得一千四百　六為從二廉作帶從方廉開三乘方法除之得半徑

帶從方廉開三乘方曰置所得三乘方積為實以從方廉約之初商得一百　置一於左上為法

置一乘從一廉得五千一百一十九萬〇七百

置一自之以乘從二廉得一千四百〇六萬

置一自乘再乘得一百萬為隅法　併從方廉

隅共七千〇九十八萬一千三百四十為下法與

上法相乘除實七十〇億九千八百一十三萬四

千餘積三十四億七千七百九十三萬一千六百

為次商之實

倍從一廉得一億〇二百三十八萬一千四百

三因從二廉得四千二百一十八萬　四因隅法

得四百萬　初商自之　六因得六萬　初商三之以乘下廉得四十二萬一千八百相併加入從一廉得九十九萬三千七百〇七為上廉　初商四之帶從二廉得一千八百〇六為下廉次商二十　置一為法　置一乘上廉得一千九百八十七萬四千一百四十　置一自之以乘下廉得七十二萬二千四百併方廉隅共一億七千三百八十九萬六千五百八十為下法與上法相乘除實

盡

或作初商一百　置一為法　置一乘從一廉

置一自之以乘從二廉　置一自乘再乘為隅法

併從方廉隅共七千〇九十八萬一千三百四

十為下法與上法相乘除實七十〇億九千八百

一十三萬四千餘實三十四億七千七百九十三

萬一千六百為次實　四因隅法得四百萬為方

法　初商自之　六因得六萬為上廉　初商

四之得四百為下廉　次商二十　置一於左次為上法　倍初商加次商得二百二十以乘從一廉得一億一千二百六十一萬九千五百四十初商三之併初次商因之得三萬六千　次商自之得四百共三萬六千四百以乘從二廉得五千一百一十七萬八千四百　以兩從廉併入從方共一億六千八百五十二萬八千五百八十為從置一乘上廉得一百二十萬　置一自之以乘

下廉得一十六萬　置一自乘再乘得八千為隅
法併方廉隅共五百三十六萬八千帶從共一億
七千三百八十九萬六千五百八十為下法與上
法相乘除實盡
此法分别從方從廉明白故重録附之
出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四
步望塔正居城之半問城徑
釋曰此以不及底勾與不及邊股測望南行二百二

十五步與高股同即半徑為勾之股東行六十四步
與平勾同即半徑為股之勾也當以平勾高股立法
為是但具望塔當城之半故附底勾邊股條下
術曰二行相乘即半徑幂
乙從城外西南坤隅南行三百六十步甲出北門東行
二百步見之問城徑
釋曰此以底勾大差股立法測望乙從坤隅南行大
差股也甲東行底勾也底勾為城北東半勾大差股

為城西南虛股

術曰二行相乘得七萬二千倍之得一十四萬四千為實以南行三百六十為從方作帶從開平方法除之得全徑

帶從開平方法見一卷

乙出南門直行一百三十五步甲出北門東行二百步見之問城徑

釋曰此底勾明股立法測望乙出南門直行明股也

甲出北門東行底勾也底勾為城北半勾明股為城南餘股

術曰東行自之以南行乘之得五百四十萬又四之得二千一百六十萬為立方實　以南門餘股一百三十五為從廉作帶從廉開立方法除之得全徑

帶從廉開立方曰置所得立積為實　以從廉約之初商二百　置一於左上為法　置一乘從廉得二萬七千置一自之得四萬為隅法　併從廉

共六萬七千為下法與上法相乘除實一千三百

四十萬餘實八百二十萬　倍從廉得五萬四千

三因隅法得一十二萬相併得一十七萬四千為

方法　三因初商帶從廉得七百三十五為廉法

約次商得四十　置一於左次為上法置一乘

廉法得二萬九千四百置一自之得一千六百為

隅法　併方廉隅共二十　萬五千為下法與上

法相乘除實盡

後凡言帶從廉開立方法者俱倣此

乙出南門南行一百三十五步而立甲出北門北行一十五步折而東行二百〇八步見之問城徑

釋曰此底勾帶短股與明股立法測望乙出南門南行明股也甲出北門北行北門外短股也折而東行類底勾而過之

術曰以東行乘南行得二萬八千〇八十自乘得七億八千八百四十八萬六千四百爲三乘方實　東

行自之得四萬三千二百六十四以乘南行得五百八十四萬〇六百四十倍之得一千一百六十八萬一千二百八十為從方　北行自之於上　併南北二行以減東行餘自之減上位餘數減上寄位　併南北二行　以東行乘之倍之以減寄位　餘五萬六千九百八十八為從一廉　四之東行得八百三十二於上　併南北二行減東行餘五十八四之得二百三十二以減上位餘六百為從二廉　四為虛隅

作帶從二廉減從翻法開三乘方開之得半徑

帶一廉以從二廉益從減從為法翻法開三乘方

曰列所得三乘方實從一廉從二廉隅法約之

初商一百　置一於左上為法　置一乘從一廉

得五百六十九萬八千八百為益隅之廉　置一

自之以乘從二廉得六百萬為益從之廉併入從

方共一千七百六十八萬一千二百八十為通法

置一自乘再乘以隅因之得四百萬為隅法併

益隅之廉共九百六十九萬八千八百為減實
以減通法餘七百九十八萬二千四百八十為
下法與上法相乘除實七億九千八百二十四
萬八千實不滿法翻減實七億八千八百四十八
萬六千四百餘九百七十六萬一千六百為負積
二因乘出從一廉得一千一百三十九萬七千
六百為益隅之廉　三因乘出從二廉得一千八
百萬為益從之廉　又三之初商乘從二廉得一

十八萬為益從次廉　四因隅法得一千六百萬為方法　初商自之六因又以隅因得二十四萬為上廉　初商四之隅因得一千六百為下廉

次商二十　置一於左上為法　置一乘從一廉得一百一十三萬九千七百六十併益隅之廉共一千二百五十三萬七千三百六十共為益隅　置一乘益從次廉得三百六十萬　置一自之以乘從二廉得二十四萬併二數加入益從之廉共

二千一百八十四萬為益從　併入從方共三千三百五十二萬一千二百八十為通法　置一乘上廉得四百八十萬　置一自之以乘下廉得六十四萬　置一自乘再乘隅因得三萬六千為隅法　併方法上下廉隅法得二千一百四十七萬二千　併益隅共三千四百〇〇萬九千三百六十為減實　以減通法不及減反減通法三千三百五十二萬一千二百八十餘四十八萬八千〇

八十為負法與上法相乘除負積盡

後凡言帶一廉以二廉益從減從翻法開三乘方法者俱倣此

甲乙二人同出北門行至東北隅艮地分路乙往南行一百五十步而立甲又東行連前共二百步望乙與城相參直問城徑

釋曰此底勾小差股立法測望甲前後共東行底勾也乙往南行小差股也

術曰二行相乘又以乙南行乘之得四百五十萬為實二行相減以乘乙南行得七千五百二行相乘得三萬　二數相併得三萬七千五百為法實如法而一得半徑

又曰二行相乘得三萬為實　倍底句減小差股餘二百五十為法

乙出東門南行三十步而立甲出北門東行二百步望乙與城相參直問城徑

釋曰此底勾重股立法測望乙出東門南行重股也

甲出北門東行底勾也

術曰二行相乘得六千為平實　相減得一百七十為從方作減從翻法開平方法除之得半徑

減從翻法開平方法見二卷

又曰乙南行自之得九百為重股幂以乘東行得一十八萬為立實　重股幂為從方　東行內減二之乙南行餘一百四十為益廉作帶從減益廉翻法開

立方法除之得半徑

帶從減益廉飜法開立方曰置所得積一十八萬以從方廉約之　初商一百　置一於左上為法置一乘從廉得一萬四千置一自之得一萬為隅法帶從方共一萬　九百以減益廉餘三千一百為下法與上法相乘除實二十一萬實不滿法反減實一十八萬餘一十三萬為負積　倍益廉得二萬八千三因隅法得三萬為方法　三因初

商得三百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一乘益廉得二千八百併入倍益廉得三萬〇八百　置一乘廉法得六千置一自之得四百為隅法併方從方廉隅共三萬七千三百反減益廉三萬〇八百餘六千五百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從減廉翻法開立方法者倣此

大差勾與別股測望三

甲乙二人俱在城西門南行至西南坤隅分路乙往東行一百九十二步而立甲復南行計前後共四百八十步望乙與城相參直問城徑

釋曰此大差勾與邊股立法測望乙自坤隅東行大差勾也甲自西門往南共行邊股也

術曰二行相乘得九萬二千一百六十　又以乙東行乘之得一千七百六十九萬四千七百二十為實二行相減餘二百八十八亦以東行乘之得五萬

五千二百九十六　加二行相乘之數共一十四萬七千四百五十六爲法實如法而一得半徑

又曰二行相乘爲實　倍甲南行減乙東行餘爲法

甲從城外西南坤隅東行一百九十二步乙從東北艮隅南行一百五十步望甲與城相參直問城徑

釋曰此大差勾與小差股立法測望甲東行大差勾也乙南行小差股也與小差勾大差股同

術曰二行相乘倍之即全徑冪

小差勾與別股立法測望四

乙從城外東北艮隅東行八十步甲從城外西北乾隅南行六百步見之問城徑

釋曰此小差勾與通股立法測望乙從艮隅東行小差勾也甲從乾隅南行通股也與通勾大差股同法

術曰二行相乘倍之得九萬六千爲實　二之東行得一百六十爲從　作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙從城外東北艮隅往東行八十步甲出西門南行四百八十步見之問城徑

釋曰此小差勾與邊股立法測望乙東行小差勾也甲南行邊股也

術曰二行相乘倍之得七萬六千八百爲實以乙東行爲從作帶從開平方法除之得全徑

帶從開平方法見一卷

乙從艮隅東行八十步而立甲從城外西南坤隅南行

三百六十步見之問城徑

釋曰此以小差句大差股立法測望乙東行小差句也甲南行大差股也

術曰二行相乘倍之即圓徑界

明句與別股測望五

乙出南門東行七十二步而立甲從城外西北乾隅南行六百步望乙與城相參直問城徑

釋曰此明句通股立法測望乙出南門東行明句也

甲從乾隅南行為通股

術曰二行相乘得四萬三千二百為實　以甲南行六百為從方　二為隅法作負隅減從開平方法除之得半徑

負隅減從開平方法見二卷

乙出南門東行七十二步而立甲出西門南行四百八十步望乙與城相參直問城徑

釋曰此明勾邊股立法測望乙東行明勾也甲南行

邊股也

術曰乙東行自之得五千一百八十四為明勾冪以南行乘之得二百四十八萬八千三百二十為立方實　明勾冪為從　南行內減二東行餘三百三十六為益廉　作帶從減廉開立方法除之得半徑

帶從減廉開立方曰置所得立方實以從方從廉約之　初商一百　置一於左上為法　置一乘益廉得三萬三千六百　置一自之得一萬為隅

法帶從方共一萬五千一百八十四　以減益廉餘一萬八千四百一十六為下法與上法相乘除實一百八十四萬一千六百餘實六十四萬六千七百二十為次商之實　倍益廉得六萬七千二百　三因隅法得三萬為方法　三因初商得三百為廉法　約次商得二十　置一於左上為法　置一乘益廉得六千七百二十加入前倍廉共七萬三千九百二十　置一乘廉法得六千

置一自之得四百為隅法併方法從方廉隅共四萬一千五百八十四以減益廉餘三萬二千三百三十六為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從減廉開立方法者俱倣此

又曰明勾邊股相乘得三萬四千五百六十為實明勾邊股相減餘四百〇八為從方　一虛法作減從開平方除之尤捷

甲出南門東行七十二步而立乙出東門南行三十步

望乙與城相叅直問城徑

釋曰此明句㬋股立法測望甲出南門東行明句也乙出東門南行㬋股也

術曰二行相乘得二千一百六十為實　相併得一百〇二為從　作以從減法開平方除之得半徑

以從減法翻法開平方曰置實于左從於右　約初商得一百　置一於左上為法　置一為隅法

以從減隅隅不及減從內翻減隅一百餘二為負

從以負從為下法與上法相乘得二百　反增入實內共二千三百六十四為次商之實　倍隅法得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一為隅法併廉隅共二百二十　以從減之餘一百一十八為下法與上法相乘除實盡

後凡如此類者俱倣此通變隨宜

又術二行相併得一百〇二為太虛弦相減餘四十

二即太虛勾股較　倍弦冪減較冪餘一萬九千〇
四十四平方開之得一百三十八為太虛勾股和　加
較半之為股減較半之為勾　以太虛勾股求圓徑
又曰二行相乘倍為實　相減餘為從　作帶從開
平方法除之得虛勾二行相併即虛弦以勾弦求股
以得圓徑

東勾與別股立法測望四
乙出東門直行一十六步甲從城外西北乾隅南行六

百步見之問城徑

釋曰此以東勾通股立法測望乙出東門直行東勾也甲從乾隅南行通股也

術曰甲南行自之又以乙東行一十六乘之得五百七十六萬為立方實　倍東行以乘南行得一萬九千二百為從方　二為隅作帶從負隅開立方法除之得半徑

帶從負隅開立方法見前通勾明股

乙出東門直行一十六步甲出西門南行四百八十步見之問城徑

釋曰此東勾邊股立法測望乙出東門直行東勾也甲出西門南行邊股也

術曰二行相乘得七千六百八十又以南行乘之得三百六十八萬六千四百又四之得一千四百七十四萬五千六百為立方實　以東行一十六步為從廉作帶從廉開立方法除之得全徑

帶從廉開立方法見前底勾明股條

圓城不知周徑南門外一百三十五步有樹出東門直行一十六步見之問城徑

釋曰此重勾明股立法測望出東門外一十六步為重勾城東之餘勾也樹在城南一百三十五步為明股城南之餘股也以餘勾餘股測城徑

術曰餘勾餘股相乘為勾乘股冪自之得四百六十六萬五千六百為三乘方實　勾乘股冪倍之得四

千三百二十又以餘勾餘股併乘之得六十五萬二千三百二十為從方　餘勾餘股相併自之得二萬二千八百〇一餘勾餘股相減自之得一萬四千一百六十二數相減餘八千六百四十為益廉　作帶從廉添積開三乘方法除之得半徑

帶從益廉添積開三乘方曰置所得三乘方積以從方廉約之初商一百　置一於左上為法　置一乘從益廉得八十六萬四千併從方共一百五

十一萬六千三百二十為益積之法與上法相乘得一億五千一百六十三萬二千為益實添入原積共一億五千六百二十九萬七千六百為通實

置一自乘再乘得一百萬為隅法與上法相乘除實一億餘五千六百二十九萬七千六百為次實　二因益廉得一百七十二萬八千　四因隅法得四百萬為方法　初商自之　六因得六萬為上廉　初商四之得四百為下廉　約次商得

二十置一於左次為上法　置一乘益廉得一十七萬二千八百併前倍廉共一百九十〇萬〇八百　併從方共二百五十五萬三千一百二十為益積之法與上法相乘得五千一百〇六萬二千四百為益實添入次實共一億〇七百三十六萬為通實置一乘上廉得一百二十萬　置一自之以乘下廉得一十六萬置一自乘再乘得八千為隅法併方廉隅共五百三十六萬八千為下法與

上法相乘除實盡

又為帶從方廉減隅翻法開三乘方

其法曰初商一百 置一於左上為法 置一自乘再乘得一百萬為隅法 置一乘從廉得八十六萬四千併從方共一百五十一萬六千三百二十以減隅法不及反減隅法一百餘五十一萬六千三百二十為負隅與上法相乘得五千一百六十三萬二千加原實共五千六百二十九萬七千

六百為次商之實　四因隅法得四百萬為方法
初商自之六因得六萬為上廉　初商四之得
四百為下廉　次商二十置一於左次為上法
置一乘上廉得一百二十萬置一自之以乘下廉
得一十六萬　置一自乘再乘得八千為隅法併
方法廉隅共五百三十六萬八千為通隅　倍初
商加次商得二百二十以乘從廉得一百九十〇
萬〇八百併從方共二百五十五萬三千一百二

十以減通隅餘二百八十一萬四千八百八十為

下法與上法相乘除實盡

後凡言如此類立法者做此

又術曰以樹去南門步自之得一萬八千二百二十五為餘股昇副置二位一以餘股乘之得二百四十六萬〇三百七十五為餘股立昇一以餘勾乘之得二十九萬一千六百為勾乘股立昇相乘得七千一百七十四億四千五百三十五萬為三乘方實　餘

勾餘股相乘得二千一百六十為勾股相乘冪倍之以乘餘股立冪得一百〇六億二千八百八十二萬為從方　餘勾自之得二百五十六為餘勾冪四之以乘餘股得一十三萬八千二百四十　倍勾乘股立冪得五十八萬三千二百　二數相減餘四十四萬四千九百六十為從二減廉　以勾股相乘冪為隅筭　作從廉減從方負隅開三乘方法除之得八十一為明勾弦較以除明股冪得二百二十五為明

勾弦和　加較半之為弦減較半之為勾　勾股相乘倍為實　以較除之得通弦和較通弦和較即城徑也

從廉減從方負隅開三乘方曰約初商八十置一於左上為法　置一自之以乘從廉得二十八億四千七百七十四萬四千以減從方餘七十七億八千一百〇七萬六千　置一自乘再乘得五十一萬二千以隅筭因之得一十一億〇五百九

十二萬為隅法　併從方共八十八億八千六百九十九萬六千為下法與上法相乘除實七千一百〇九億五千九百六十八萬餘實六十四億八千五百六十七萬為次實　四因隅法得四十四億二千三百六十八萬為方法　初商自之六因又以隅因得八千二百九十四萬四千為上廉　初商四之隅因得六十九萬一千二百為下廉　約次商得一　置一於左次為上法　倍初商加次商得

一百六十一又併初次商為八十一乘之得一萬三千〇四十一以乘從廉得五十八億〇二百七十二萬三千三百六十以減餘從餘一十九億七千八百三十五萬二千六百四十為從方 置一乘上廉 置一自之以乘下廉俱如舊 置一自乘再乘仍得一為隅法併方法從方廉隅共六十四億八千五百六十七萬為下法與上法相乘除實盡

測圓海鏡分類釋術卷三

測圓海鏡分類釋術卷四

元 李冶 撰

明 顧應祥 釋術

通勾與別弦測望一

圓城南門之南有樹甲從城外西北乾隅東行三百二十步乙出西門南行望樹及甲與城相叅直乃斜行二百五十五步至樹下問城徑

釋曰此以通句上高弦立法測望甲東行通句也乙斜行乃天之日上高弦也乙從西門南行四百八十步為邊股樹在南門外一百三十五步為明股

術曰二行相乘又以半甲東行乘之得一千三百〇五萬六千為立方實　二行相乘得八萬一千六百半甲東行乘甲東行得五萬一千二百相併得一十三萬二千八百為益從甲東行三百二十為減從廉減從開立方法除之得半徑

帶從以廉減從開立方曰布實於左從於右別置

減從廉　約初商得一百　置一於左上為法

置一乘從廉得三萬二千　以減從方餘一十〇

〇八百置一自之得一萬併餘從共一十一萬〇

八百為下法與上法相乘除實一千一百〇八萬

餘一百九十七萬六千　倍減廉得六萬四千

三因隅法得三萬為方法　三因初商得三百為

廉法　約次商得二十　置一於左次為上法

置一乘減廉得六千四百併倍廉共七萬〇四百
以減原從餘六萬二千四百　置一乘廉法得六
千置一自之得四百為隅法併方廉隅共三萬六
千四百帶餘從共九萬八千八百為下法與上法
相乘除實盡得半徑一百二十
後凡言帶從以廉減從開立方法者倣此
甲從城外西北乾隅東行三百二十步而立乙出南門
直行不知步數望見甲與城相叅直遂斜行四百二

十五步與乙相會問城徑

釋曰此以通勾底弦立法測望甲東行通勾也乙自南門外斜行就甲為底弦乃日之地也

術曰二行相減餘一百〇五為通勾底弦差以乘通勾得三萬三千六百　又以半通勾乘之得五百三十七萬六千為立方實　半通勾乘通勾得五萬一千二百與差乘通勾之數相減餘一萬七千六百為從方　倍東行得六百四十步為益廉作帶從減益

廉開立方法除之

帶從減益廉開立方法見三卷明句股下邊

圓城南門外有槐樹一株東門外有柳樹一株兩樹斜相距二百八十九步甲從城外西北隅向東行三百二十步望槐柳與城相參直問城徑

釋曰此以通句皇極弦立法測望甲東行通句也兩樹斜相距皇極弦也原法先求出皇極句即柳至城心步后以句弦求股以皇極句股求容圓即是

術曰通勾與皇極弦相乘得九萬二千四百八十自之得八十五億五千二百五十五萬〇四百為三乘方實　皇極弦自乘得八萬三千五百二十一為皇極弦羃以通勾乘之得二千六百七十二萬六千七百二十倍之得五千三百四十五萬三千四百四十為從方　倍通勾皇極弦相乘之數得一十八萬四千九百六十為第一從廉　倍皇極弦得五百七十八為第二益廉　以二為隅筭作帶從廉負隅以廉

隅添積開三乘方法除之得一百三十六為皇極勾
求城徑以皇極勾弦求皇極股二百五十五　勾股
相乘倍為實以弦除之即得容圓全徑勾弦求股見一卷
帶從廉負隅以廉隅添積開三乘方曰置所得三
乘方積為實　列從方從一廉從二益廉約商首
一位得一百置一於左上為法　置一自之以乘
益廉得五百七十八萬　置一自乘再乘以隅筭
因之得二百萬為隅法益廉共七百七十八萬與

上法相乘得七億七千八百萬為益實添入積內共九十三億三千〇五十五萬〇四百為通實置一乘從一廉得一千八百四十九萬六千為益從併入從方共七千一百九十四萬九千四百四十為下法與上法相乘除實七十一億九千四百九十四萬四千餘實二十一億三千五百六十〇萬六千四百為次商之實　四因隅法得八百萬為方法　初商自之六因又以隅筭因之得一十二

萬為上廉　初商四之隅因得八百為下廉次商三十置一於左次為上法　倍初商加次商得二百三十併初次商為一百三十相乘得二萬九千九百又加初商自之一萬共三萬九千九百以乘從二益廉得二千三百〇六萬二千二百為益廉之實　置一乘上廉得三百六十萬　置一自之得九百以乘下廉得七十二萬　置一自乘再乘得二萬七千隅因得五萬四千為隅法併方廉隅

共一千二百三十七萬四千為益隅之實與益廉之實相併得三千五百四十三萬六千二百為益積之法與上次法相乘得一十〇億六千三百〇八萬六千為益積之實添入餘實共三十一億九千八百六十九萬二千四百為通實　倍初商加次商得二百三十　以乘從一廉得四千二百五十四萬〇八百為益從併入從方共九千五百九十九萬四千二百四十為下法　與上次法相乘

除實二十八億七千九百八十二萬七千二百尚

餘三億一千八百八十六萬五千二百為三商之

實　二因上廉得七百二十萬　三因下廉得二

百一十六萬　四因隅法得二十一萬六千併入

方法共一千七百五十七萬六千為方法　併初

次商自之　又六因得一十〇萬一千四百以隅

筭因之得二十〇萬二千八百為上廉　併初次

商四之得五百二十以隅因得一千〇四十為下

廉　三商得六　置一於左上為法　倍初次商

加三商得二百六十六　併初次商加三商得一

百三十六　相乘得三萬六千一百七十六又以

初次商併自之得一萬六千九百加之共五萬三千

〇七十六以乘從二益廉得三千〇六十七萬七

千九百二十八為益廉之實　置一乘上廉得一

百二十一萬六千八百　置一自之以乘下廉得

三萬七千四百四十相併得一百二十五萬四千

二百四十為廉法　置一自乘再乘得二百一十六　以隅因之得四百三十二為隅法併方法廉法隅法共一千八百八十三萬〇六百七十二為益隅之實　併益廉之實共四千九百五十〇萬八千六百為益積之法　與上法相乘得二億九千七百〇五萬一千六百為益積　添入餘實共六億一千五百九十一萬六千八百為通實　倍初次商加三商得二百六十六　以乘從一廉得

四千九百一十九萬九千三百六十為益從　併

從方共一億〇二百六十五萬二千八百為下法

與上法六相乘除實盡得一百三十六為皇極勾

此法以二廉與隅添積以第一廉益從為法

又為帶從負隅以廉隅減從開三乘方法

其法曰以八十五億五千二百五十五萬〇四百

為正實　以五千三百四十五萬三千四百四十

為從方　以一十八萬四千九百六十為從一廉

以五百七十八為從二減廉　二為隅筭　約初商得一百　置一於左上為法　置一自之得一萬以乘從二廉得五百七十八萬為減廉置一自乘再乘　又以隅因得二百萬為隅法　併減廉隅法得七百七十八萬為減從　置一乘從一廉得一千八百四十九萬六千為益從　以益從加入原從得七千一百九十四萬九千四百四十以減從減之餘六千四百一十六萬九千四百

四十為下法　與上法相乘除實六十四億一千六百九十四萬四千　餘實二十一億三千五百六十〇萬六千四百為次商之實　四因隅法得八百萬為方法　初商自之六因又以隅因之得一十二萬為上廉　初商四之隅因得八百為下廉　約次商得三十置一於左上為法　倍初商加次商得二百三十　併初次商得一百三十相因得二萬九千九百又加初商自乘一萬共三萬

九千九百以乘從二廉得二千三百〇六萬二千二百為減廉　置一乘上廉得三百六十萬　置一自之以乘下廉得七十二萬　置一自乘再乘隅因得五萬四千為隅法　併方廉隅共一千二百三十七萬四千為減隅　併減廉減隅共三千五百四十三萬六千二百為減從　倍初加次商得二百三十以乘從一廉得四千二百五十四萬〇八百為益從以加原從得九千五百九十九萬

四千二百四十以減從減之餘六千〇五十五萬八千〇四十為下法　與上法相乘除實一十八億一千六百七十四萬一千二百　餘實三億一千八百八十六萬五千二百為三商之實　二因上廉得七百二十萬三因下廉得二百一十六萬四因隅法得二十一萬六千併入方法共一千七百五十七萬六千為方法　初次商併自之六因又以隅筭因之得二十〇萬二千八百為上

廉　初次商併四之隅因得一千〇四十為下廉

約三商得六置一於左次為上法　倍初次商

加三商得二百六十六　併初次三商共一百三

十六相因得三萬六千一百七十六又加初次商

相併自之一萬六千九百共五萬三千〇七十六

以乘從二廉得三千〇六十七萬七千九百二十

八為減廉　置一乘上廉得一百二十一萬六千

八百　置一自之以乘下廉得三萬七千四百四

十置一自乘再乘以隅因得四百三十二為隅法
併方廉隅共一千八百八十三萬〇六百七十
二為減隅　減廉減隅相和得四千九百五十〇
萬八千六百為減從倍初次加三商得二百六十
六以乘從一廉得四千九百一十九萬九千三百
六十為益從　以加原從得一億〇二百六十五
萬二千八百　以減從減之餘五千三百一十四
萬四千二百為下法　與上法相乘除實盡

此法以第一廉為益從第二廉與隅為減從以從為法

後凡如此類者俱倣此

圓城南門外往東有樹甲從城外西北隅東行三百二十步望樹與城叅直復斜行二百七十二步至樹下問城徑

釋曰此以通勾黄長弦立法測望南門外往東七十二步有樹明勾也甲東行通勾也斜行至樹下地之

月黃長弦也

術曰二行相減餘四十八為差　倍差倍東行相乘得六萬一千四百四十為實　倍差倍東行步相併得七百三十六為益從　二為隅法　作負隅減從翻法開平方法除之得全徑

負隅減從翻法開平方法見三卷通勾重股條下

前以半徑此以全徑推廣即是

丙出南門東行乙出東門南行各不知步數而立甲從

城外西北乾隅東行三百二十步望乙丙俱與城相叅直既而乙欲就丙乃斜行一百〇二步相會問城徑

釋曰此以通勾太虛弦立法測望丙出南門東行七十二為明勾乙出東門南行三十步為𧈪股甲東行通勾也乙斜行太虛弦也以此勾弦立法

術曰甲東行自之得一十〇萬二千四百為東行𢍺倍斜行乘之得二千〇八十八萬九千六百為立

方實　倍斜行乘東行得數又加倍東行再得二十七萬〇〇八十為從方四之東行得一千二百八十為益廉　四為隅法　作帶從負隅以廉添積開立方法除之得半徑

帶從負隅以廉添積開立方曰置所得立方實于左　以從方益廉隅筭約之　初商一百　置一於左上為法　置一乘益廉得一十二萬八千與上法相乘得一千二百八十萬為益實　添入積

內得三千三百六十八萬九千六百為通實　置一自之又以隅筭因之得四萬為隅法　併從方共三十一萬〇〇八十為下法與上法相乘除實三千一百〇〇萬八千餘實二百六十八萬一千六百為次實　二因乘過益廉得二十五萬六千為益廉　三因隅法得一十二萬為方法　三因初商得三百為廉法　次商二十　置一於左上為法　置一乘原益廉得二萬五千六百併入乘

過益廉得二十八萬一千六百與上法相乘得五百六十三萬二千為益實添入次實共八百三十一萬三千六百為通實　置一乘廉法得六千隅因得二萬四千　置一自之隅因得一千六百為隅法　併方廉隅共一十四萬五千六百帶從方共四十一萬五千六百八十為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從負隅以廉添積開立方法俱倣此

又為帶從廉半翻法減從負隅開立方法

法曰初商一百　置一於左上為法　置一乘從

廉得一十二萬八千以減從方餘一十四萬二千

〇八十　置一自之隅因得四萬為隅法併減餘

從方共一十八萬二千〇八十為下法與上法相

乘除實一千八百二十〇萬八千餘實二百六十

八萬一千六百為次商之實　二因從廉得二十

五萬六千　三因隅法得一十二萬為方法　三

因初商得三百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一乘從廉得二萬五千六百併入前二因從廉得二十八萬一千六百　以減從方不及反減從方二十七萬〇〇八十餘一萬一千五百二十為負從　置一乘廉法以隅因得二萬四千　置一自之隅因得一千六百為隅法併方廉隅共一十四萬五千六百反減負從餘一十三萬四千〇八十為下法與上法相乘除實盡

後凡如此類者俱倣此

又術曰斜行乘東行并半之得五百二十二萬二千四百為實　斜行乘東行如東行并半之得六萬七千五百二十為從方　東行三百二十為從廉　如前法求之得半徑

不用隅筭　添積減從隨意

又曰四之斜行以乘東行并得四千一百七十七萬九千二百為正實　倍斜行乘東行加二之東行并

得二十七萬〇〇八十為從方　倍東行得六百四十為從廉　如前法開之得全徑二百四十　添積減從俱同

乙出城東門上南不知步數而立甲從城外西北乾隅東行三百二十步望乙與城相參直復斜行一百七十步與乙相會問城徑

釋曰此以通勾小差弦立法測望甲東行通勾也斜行小差弦也

術曰二行相減餘一百五十為差自之得二萬二千五百以乘東行得七百二十萬為實　倍差以乘東行得九萬六千為從方　倍差得三百為隅算　作負隅減從開平方法除之得半徑

負隅減從開平方法見二卷通句東句餘

又術倍東行昇得二十三萬四千八百　倍二行相乘數得一十〇萬八千八百　相減餘九萬六千為實　倍東行得六百四十為從作減從開平方法除

之得全徑二百四十

減從開平方法曰列實于左從于右　約初商得二百置一於左上為法　置一為隅法以減從方餘四百四十為下法與上法相乘除實八萬八千餘八千為次商之實餘從內再減二百餘二百四十為從　次商四十　置一於左上為法　置一為隅法以減從方餘二百為下法與上法相乘除實盡

法見二卷底勾亶勾條下因從有重位故重出

圓城南門外直南不知步數有槐樹一株南門外東行不知步數有柳樹一株槐柳斜相距一百五十三步甲從城外西北隅東行三百二十步望槐柳與城相叅直問城徑

釋曰此以通勾明弦立法測望二樹斜相距明弦也甲東行通勾也

術曰通勾自之得一十〇萬二千四百為通勾冪二

行相乘得四萬八千九百六十　又以二數相乘得五十〇億一千三百五十〇萬四千為三乘方實明弦乘通勾昇三之得四千七百〇〇萬一千六百為從方　倍二行相乘數以減通勾昇餘四千四百八十為第一廉　倍通勾得六百四十為第二益廉二步為隅法　作帶從負隅以二廉減從方開三乘方法除之得半徑

帶上廉負隅以下廉減從開三乘方法曰置所得

三乘方實以廉隅從方約之初商一百　置一於左上為法　置一自之以乘從二廉得六百四十萬為減廉以減從方　餘四千〇六十〇萬一千六百為從方　置一乘第一廉得四十四萬八千為益廉　置一自乘再乘得一百萬又以隅因之得二百萬為隅法　併從方益廉隅法共四千三百〇四萬九千六百為下法與上法相乘除實四十三億〇四百九十六萬　餘實七億〇八百五十

四萬四千為次商之實　四因隅法得八百萬為方法　初商自之六因又以隅法因之得一十二萬為上廉　初商四之隅因得八百為下廉　約次商得二十　置一於左上為法　倍初商加次商得二百二十以乘從二廉得一十四萬〇八百併初次商得一百二十因之得一千六百八十九萬六千為減廉　以減餘從餘二千三百七十〇萬五千六百為從方　倍初商加次商得二百二

十以乘第一廉得九十八萬五千六百為益廉

置一乘上廉得二百四十萬　置一自之以乘下

廉得三十二萬　置一自乘再乘又以隅因之得

一萬六千為隅法　併方法從方廉益上下廉隅

法共三千五百四十二萬七千二百為下法與上

法相乘除實盡

丙出東門南行乙出東門直行各不知步數而立甲從

城外西北乾隅東行三百二十步回望乙丙與城相

參直既而乙欲就丙乃斜行三十四步相會問城徑

釋曰此以通勾重弦立法測望甲東行通勾也乙斜行三十四步就丙重弦也

術曰通勾自之得一十〇萬二千四百爲通勾冪又以通勾增乘得三千二百七十六萬八千　倍重弦乘通勾冪得六百九十六萬三千二百　二數相減餘二千五百八十〇萬四千八百爲立方實　重弦乘通勾得一萬〇八百八十以減二之通勾冪得一

十九萬三千九百二十為從方　通句加五得四百八十為益廉　五分為隅法　作帶從負隅以廉添積開立方法除之得全徑

帶從負隅以廉添積開立方曰置所得立方實及從方益廉　約初商得二百　置一於左上為法置一乘益廉得九萬六千與上法相乘得一千九百二十萬為益實添入積内得四千五百〇〇萬四千八百為實　置一自之得四萬　以隅簨

五分因之得二萬為隅法　併從方共二十一萬

三千九百二十為下法與上法相乘除實四千二

百七十八萬四千餘實二百二十二萬〇八百

倍益廉得一十九萬二千〇三因隅法得六萬為

方法　三因初商得六百以隅因得三百為廉法

約商次位得四十　置一於左上為法　置一

乘原益廉得一萬九千二百　併入倍廉得二十

一萬一千二百與上法四十相乘得八百四十四

萬八千為益實加入餘實得一千〇六十六萬八千八百為實　置一乘廉法得一萬二千　置一自之隅因得八百為隅法　併方法從方廉隅共二十六萬六千七百二十為下法與上法相乘除實盡

此法已見前通勾太虛弦條下因隅筭不同故又重出

又為帶從以廉減從負隅開立方法

其法曰初商二百　置一於左上為法　置一乘從廉得九萬六千以減從方餘九萬七千九百二十為從　置一自之隅因得二萬為隅法　併從方共一十一萬七千九百二十為下法與上法相乘除實二千三百五十八萬四千　餘實二百二十二萬〇八百　從方内再減從廉九萬六千餘一千九百二十為從方　三因隅法得六萬為方法　三因初商隅因得三百為廉法　次商四

十　置一於左上為法　置一乘從廉得一萬九千二百　以減餘從不及減於從廉内反減餘從一千九百二十餘一萬七千二百八十為負從　置一乘廉法得一萬二千　置一自之隅因得八百為隅法併方廉隅共七萬二千八百反減負從餘五萬五千五百二十為下法與上法相乘除實盡

又術斜步乘東行昇得三百四十八萬一千六百為

立方實斜步乘東行以減半東行并得四萬〇三百二十為從方　半步為隅法　作負隅帶從開立方法除之得勾圓差八十步以減通勾即半徑

負隅帶從開立方法見三卷通勾明股條

東門外不知步數有樹甲從城外西北乾隅東行三百二十步見之復斜行一百三十六步至樹下問城徑

釋曰此以通勾下平弦立法測望甲東行通勾也斜行至樹下乃川之地下平弦也

術曰二行相減餘一百八十四為差　倍差減東行以其餘乘東行得一萬五千三百六十為實　倍差得三百六十八為從方　二為隅法作減從負隅翻法開平方法除之得半徑

減從負隅翻法開平方見三卷（通勾東股條下）

底勾與別弦測望二

乙從城外西北乾隅南行不知步數而立甲出北門東行二百步見之復斜行六百八十步與乙會

釋曰此以底勾通弦測望甲出北門東行二百步底勾也斜行六百八十步通弦也

術曰二行相減餘四百八十曰差　相併得八百八十曰和　差和相乘得四十二萬二千四百減去差冪餘一十九萬二千為實　差和相併得一千三百六十為從　二為隅筭　作帶從負隅開平方除之得半徑

帶從負隅開平方法曰置實于左從於右約初商

得一百　置一於左上為法　置一乘隅筭得二百為隅法　併從方共一千五百六十為下法與上法相乘除實一十五萬六千餘實三萬六千

倍隅法得四百為廉法　約次商二十　置一於左上為法置一乘隅筭得四十為隅法　併從方廉隅共一千八百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從負隅開平方法者俱倣此

又術以差昇二十三萬〇四百為實以東行步減差

餘二百八十為從方　作帶從開平方法除之得三百六十為通勾弦較以較減弦即通勾以通勾弦求容圓法求之得城徑

此法以半勾全弦求股以求弦和較

勾弦求容圓見一卷

南門外不知步數有塔一座東門外往南不知步數有樹甲出北門東行二百步望樹與塔俱與城相叅直及量樹斜距塔二百五十五步

釋曰此以底勾下高弦立法測望出北門東行二百

底勾也塔距樹即日之山下高弦也

術曰底勾幂與下高弦相乘得一千〇二十萬爲立

方實　以底勾幂四萬爲從方　高弦爲從廉　作

帶從方廉開立方法除之得半徑

帶從方廉開立方曰置實于左以從方從廉約之

初商一百　置一於左上爲法　置一乘從廉

得二萬五千五百　置一自之得一萬爲隅法

併從方從廉隅共七萬五千五百為下法與上法相乘除實七百五十五萬　餘實二百六十五萬

二因從廉得五萬一千　三因隅法得三萬相併得八萬一千為方法　三因初商得三百帶從廉得五百五十五為廉法　次商二十　置一於左上為法　置一乘廉法得一萬一千一百置一自之得四百為隅法　併方法從方廉隅共一十三萬二千五百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從方廉開立方法者倶倣此

南門外不知步數有樹乙從南門東行亦不知步數而立甲出北門東行二百步望樹與乙與城相叅乙復斜行一百五十三步至樹下與甲相望問城徑

釋曰此以底勾明弦立法測望甲出北門東行底勾也乙斜行至樹下明弦也

術曰半底勾乘明弦得一萬五千三百為實二行相併半之得一百七十六步半為從方半為隅算　作

帶從負隅開平方法除之得七十二為明勾

帶從負隅開平方法見前底勾通股條

求城徑以明勾乘底勾平方開之得半徑

又曰勾弦求股以明勾股求容圓法求之得全徑

東門外往南有樹乙出東門直行不知步數而立甲出北門東行二百步望乙與樹俱與城相叅直乙遂斜行三十四步至樹下

釋曰此以底勾重弦立法測望甲出北門東行底勾

也乙斜行至樹下重弦也

術曰底勾減二重弦餘一百三十二以底勾乘之得二萬六千四百 又以重弦冪一千一百五十六乘之得三千〇五十一萬八千四百為三乘方實 倍底勾以重弦冪乘之得四十六萬二千四百為從方 底勾減重弦 餘自之得二萬七千五百五十六為從一廉底勾減重弦餘倍之得三百三十二為從二廉 作帶從方上廉以下廉減從開三乘方法除

之得重股三十求城徑以重勾股求容圓法求之

帶從方廉以下廉减從開三乘方曰約初商得三

十　置一於左上為法　置一自之得九百以乘

從二廉得二十九萬八千八百為减廉以減從方

餘一十六萬三千六百為從方　置一乘第一廉

得八十二萬六千六百八十為益廉　置一自乘

再乘得二萬七千為隅法　併從方益廉隅法共

一百〇一萬七千二百八十為下法與上法相乘

除實盡得三十為重股

後凡如此類者俱倣此

乙出南門東行不知步數而立甲出北門東行二百步見之乃斜行二百七十二步與乙相會

釋曰此以底勾黃長弦立法測望東行底勾也斜行黃長弦也

術曰二行相減餘七十二為差以乘甲東行得半徑羃四之即全徑羃各以平方開之

乙出東門南行不知步數而立甲出北門東行二百步見之斜行一百七十步與乙會

釋曰此以底勾小差弦立法測望乙出東門行三十步乃東之山甲出北門東行底勾也斜行與乙會乃山之地小差弦也

術曰以二行差三十乘甲東行得六千為平實以斜行一百七十為從方　作減從翻法開平方法除之得半徑

減從翻法開平方法見二卷及三卷底勾東股條

乙出東門東行不知步數而立甲出北門東行二百步望乙與城相參直乃斜行一百三十六步與乙會

釋曰此以底勾下平弦立法測望甲東行底勾也斜行與乙會下平弦也

術曰倍二行差以減東行步餘七十二以乘東行得半徑畀倍平弦減底勾以底勾乘之亦同

大差勾與別弦測望三

乙從城外東北艮隅東行不知步數而立甲從城外西南坤隅東行一百九十二步望乙與城角相叅直復斜行二百七十二步與乙會

釋曰此以大差勾黄長弦立法測望甲從坤隅東行為坤之月大差勾也斜行與乙會乃月之地黄長弦也

術曰倍大差勾減黄長弦餘一百一十二為倍勾減弦差自之得一萬二千五百四十四　黄長弦自之

得七萬三千九百八十四　相減餘六萬一千四百四十為平實　以倍勾減弦差四之得四百四十八為從　八為益隅　作負隅減法開平方法除之得半徑

負隅以從減法開平方曰置實于左以從約之初商一百　置一于左上為法　置一乘隅法得八百以減去從方四百四十八餘三百五十二為下法與上法相乘除實三萬五千二百　餘實二

萬六千二百四十　倍隅法得一千六百爲廉法

次商二十　置一於左上爲法　置一乘隅法得

一百六十　併入廉法共一千七百六十減去從

方四百四十八餘一千三百一十二爲下法與上

法相乘除實盡

後凡言負隅以從減法開平方法者倣此

又爲以從添積負隅開平方法詳見八卷皇極弦和

和與太虛勾股較條下

明句與別弦測望四

乙出東門不知步數而立甲出南門東行七十二步見之又斜行一百三十六步就乙

釋曰此以明句平弦測望甲出南門東行七十二步明句也斜行就乙乃月之川下平弦也

術曰斜行自之得一萬八千四百九十六為平弦𠔃二行相減餘六十四自之得四千〇九十六為差𠔃即平句𠔃以減弦𠔃餘為平股𠔃開之得股平股即

圓半徑也

乙出東門南行不知步數而立甲出南門往東七十二步見乃斜行一百〇二步與乙會問城徑

釋曰此以明勾太虛弦立法測望甲出南門東行明勾也斜行就乙太虛弦也

術曰二行相減餘三十為差斜行自之為斜冪 倍差乘東行又倍之為八千六百四十以減斜冪餘一千七百六十四平方開之得四十二為較 倍差乘

東行得四千三百二十為實　較為從方　平方開之得四十八為虛勾　加較為股　併弦為弦和和即城徑

測圓海鏡分類釋術卷四